

第3章

単位と物理量

3.1 国際単位系 (SI 単位)

3.1.1 SI 基本単位

様々な物理量を表すために、7つの基本単位を基に組み立てられた単位を使うことが IUPAC*¹によって国際的に決められている。(MKS 単位系)

表 3.1 7つの SI 基本単位

基本量	記号	単位	
長さ	l	m	(メートル)
length			
質量	m	kg	(キログラム)
mass			
時間	t	s	(秒)
time			
電流	I	A	(アンペア)
electric current			
熱力学温度	T	K	(ケルビン)
thermodynamic temperature			
物質質量	n	mol	(モル)
amount of substance			
光度	I_v	cd	(カンデラ)
luminous intensity			

3.1.2 SI 組立単位

ほかのすべての物理量は7つの基本単位の組み合わせによって得られる。重要な組立単位には固有の単位が定められている(全22種)。

なお、1個とか、1回のような個数、回数には単位はつかない(無次元)。

*¹ International Union of Pure and Applied Chemistry 国際純正・応用化学連合

表 3.2 組立単位の例

物理量	記号	単位
速さ	v	m s^{-1}
加速度	a	m s^{-2}
面積	A	m^2
密度	ρ	kg m^{-3}
濃度(量濃度)	c	mol m^{-3}
比体積	v	$\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$
モル体積	\bar{V}, V_m	$\text{m}^3 \text{mol}^{-1}$
周期	T	s
波数	$\tilde{\nu}$	m^{-1}
周波数	ν	s^{-1}

表 3.3 固有の名称を持つ SI 組立単位(抜粋)

物理量	記号	単位	他の SI 単位による表現
平面角	θ, α	rad (ラジアン)	$\text{m m}^{-1} = 1$
周波数	ν	Hz (ヘルツ)	s^{-1}
力	F	N (ニュートン)	kg m s^{-2}
エネルギー	U, E	J (ジュール)	$\text{N m} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$
圧力	P, p	Pa (パスカル)	N m^{-2}
仕事率	P	W (ワット)	J s^{-1}
電荷	Q, q	C (クーロン)	A s
電圧	V, ϕ	V (ボルト)	J C^{-1}
電気抵抗	R	Ω (オーム)	V A^{-1}
静電容量	C	F (ファラド)	C V^{-1}
セルシウス温度 t	$^{\circ}\text{C}$		$t/^{\circ}\text{C} = T/\text{K} - 273.15$

3.1.3 物理量の記号の一般的規則

- 物理量の記号は、ローマ文字またはギリシャ文字の**1文字**。(大文字、小文字)
- 文字は イタリック体(斜体) にする。
- 必要に応じて上付き、下付き添え字をつけることができる。
- 添え字は原則としてローマン体(立体)にする。添え字自身が物理量、または数を表すときは、添え字もイタリック体にする。

例 C_p	定圧熱容量
p_i	i 番目の物質の分圧
C_B	物質 B の熱容量
c_B^{α}	物質 B の α 相における濃度
E_k	運動エネルギー
$\Delta_r H^{\circ}$	標準反応エンタルピー

表 3.4 ギリシャ文字と対応する物理量の例

読み	大文字	小文字	よく使われる物理量
alpha アルファ	(A)	α	熱膨張率, 反応率, アルファ線 (He 原子核)
beta ベータ	(B)	β	等温圧縮率, $1/k_B T$, ベータ線 (電子)
gamma ガンマ	Γ	γ	表面濃度, ガンマ関数 [大] 表面張力, ガンマ線
delta デルタ	Δ	δ	差分
epsilon イプシロン	(E)	ε, ϵ	誘電率, 分子のエネルギー
zeta ゼータ	(Z)	ζ	ゼータ電位
eta イータ	(H)	η	粘性係数, 効率
theta シータ	Θ	θ, ϑ	角度, 極角
iota イオタ	(I)	ι	
kappa カッパ	(K)	κ	波数, 電導率, 熱伝導率
lambda ラムダ	Λ	λ	波長, 平均自由行程
mu ミュー	(M)	μ	10^{-6} の接頭語, 換算質量, 化学ポテンシャル, 透磁率
nu ニュー	(N)	ν	周波数, 振動数, ニュートリノ
xi クサイ (グザイ)	Ξ	ξ	相関長, 反応進行度
omicron オミクロン	(O)	(o)	(o と同じ)
pi パイ	Π	π	総乗積 [大], 円周率
rho ロー	(P)	ρ	密度
sigma シグマ	Σ	σ	総和 [大], 分子直径
tau タウ	(T)	τ	時間の定数
upsilon ウプシロン	Υ	υ	
phi ファイ	Φ	ϕ, φ	仕事関数 [大], 方位角, 電位, 波動関数, モル分率
chi カイ	(X)	χ	磁化率, 原子軌道基底関数
psi プサイ	Ψ	ψ	波動関数, 電束
omega オメガ	Ω	ω	電気抵抗の単位 [大], 角周波数, 角振動数

記号の後の括弧内に説明を入れて条件を明確にする。例: $\rho(\text{H}_2\text{O}, 298 \text{ K}) = 0.9971 \text{ g cm}^{-3}$

ベクトルは太字イタリック体 (例: \mathbf{A}, \mathbf{a})、または文字の上に矢印を付けて (例: \vec{A}, \vec{a}) 示す。

3.1.4 単位記号の一般的規則

- 単位の記号は、ローマン体(立体) にする。
- 単位の積は、単位の間には \cdot またはスペース

を入れる。(例: $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, kg m s^{-2})

- 除算を表すために斜線 (スラッシュ) を使ってよい。(例: m/s^2) ただし、ひとつの計算単位で 2 回使ってはならない。(例: $\times \text{J/K/mol} \rightarrow \circ \text{J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$)
- 10^x 倍を表す接頭語を付けてよい。

表 3.5 SI 接頭語

接頭語		
倍量	名称	記号
10^{24}	ヨタ yotta	Y
10^{21}	ゼタ zetta	Z
10^{18}	エクサ exa	E
10^{15}	ペタ peta	P
10^{12}	テラ tera	T
10^9	ギガ giga	G
10^6	メガ mega	M
10^3	キロ kilo	k
10^2	ヘクト hecto	h
10^1	デカ deca	da

接頭語		
分量	名称	記号
10^{-1}	デシ deci	d
10^{-2}	センチ centi	c
10^{-3}	ミリ milli	m
10^{-6}	マイクロ micro	μ
10^{-9}	ナノ nano	n
10^{-12}	ピコ pico	p
10^{-15}	フェムト femto	f
10^{-18}	アト atto	a
10^{-21}	zepto	z
10^{-24}	ヨクト yocto	y

- 接頭語と単位記号の間はスペースを入れない。(例: nm, mg, MPa)
- 接頭語は単独で用いたり、重ねて用いてはならない。(例: $\times \text{nm}$, MkPa)
- 接頭語のついた単位は、括弧を使わずに累乗してよい。

例 $1 \text{ cm}^3 = (10^{-2} \text{ m})^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$
 $1 \mu\text{s}^{-1} = (10^{-6} \text{ s})^{-1} = 10^6 \text{ s}^{-1}$
 $1 \text{ mmol/dm}^3 = (10^{-3} \text{ mol}) / (10^{-1} \text{ m})^3 = 1 \text{ mol/m}^3$

3.2 物理量の四則演算

物理量 Q の値は、その単位 $[Q]$ とその単位で得られる数値 $\{Q\}$ の積で表される。

$$Q = \{Q\}[Q] \quad (3.1)$$

例えばナトリウムの固有線の波長 λ は次のように書かれる*2。

$$\lambda = 5.896 \times 10^{-7} \text{ m} \quad (3.2)$$

10 の n 乗の部分は接頭語と置換えてもよい。

$$\begin{aligned} \lambda &= 5.896 \times 10^{-7} \text{ m} \\ &= 589.6 \times 10^{-2} \times 10^{-7} \text{ m} = 589.6 \times 10^{-9} \text{ m} \\ &= 589.6 \text{ nm} \end{aligned}$$

指数法則

$$\begin{aligned} a^m a^n &= a^{m+n}, & (a^m)^n &= a^{mn}, \\ (ab)^m &= a^m b^m, \\ a^0 &= 1, & \frac{1}{a^m} &= a^{-m} \end{aligned}$$

(ただし a, b は正の実数、 m, n は有理数)

接頭語はそのまま対応する 10^n と置換えてよい。

$$589.6 \text{ nm} = 589.6 \times (10^{-9} \text{ m}) = 589.6 \times 10^{-9} \text{ m}$$

単位自体が 2 乗や 3 乗の次元を持つ場合は、指数法則に従って計算することに注意。

$$1 \text{ nm}^2 = 1 (\text{nm})^2 = 1 \times (10^{-9} \text{ m})^2 = 1 \times 10^{-18} \text{ m}^2$$

3.2.1 四則演算の方法

式 (3.1) のように物理量は数値と単位の積で表されることに注意して、方程式に代入するときに数値と単位をセットで代入し、数値は数値、単位は単位でそれぞれ計算する。

例えば、(平均の) 速さ v はある時間 t の間に進んだ距離 x から次のように計算される。

$$v = \frac{x}{t} \quad (3.3)$$

※この時点では (v や x の中に単位が含まれているので) 単位はつけない。

*2 数値と単位の間にはスペースを入れる。

v を単位付きで得るためには、 x と t に物理量を単位付きの数値として代入する。例えばロンドンオリンピック 100 m 走のボルトなら

$$v = \frac{100 \text{ m}}{9.63 \text{ s}} \quad (3.4)$$

数値は数値、単位は単位で計算する。

$$v = \frac{100}{9.63} \times \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10.4 \text{ m/s} \quad (3.5)$$

この方法により、物理量 v が単位つきで得られる。

Q3-1 300 K、0.1000 bar において、密度が 0.1771 g dm^{-3} となる気体がある。この気体の分子質量 M を求めよ。

A3-1 まず、理想気体の状態方程式 $PV = nRT$ を用いて、 M を求めるための方程式を立てる。

$$\begin{aligned} PV &= nRT = \frac{m}{M} RT \\ M &= \frac{m RT}{V P} = \rho \frac{RT}{P} \end{aligned} \quad (3.6)$$

ここで、各物理量に数値と単位の積をそれぞれ代入する。気体定数 R は、定数表の中から適切な単位を持つものを選ぼう*3。

表 3.6 定数表中の R の例

R	8.314 472	$\text{J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
	0.083 144 7	$\text{dm}^3 \text{ bar K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
	0.082 057 4	$\text{dm}^3 \text{ atm K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

$$\begin{aligned} M &= \rho \frac{RT}{P} \\ &= (0.1771 \text{ g dm}^{-3}) \frac{(0.083145 \text{ dm}^3 \text{ bar K}^{-1} \text{ mol}^{-1})(300 \text{ K})}{(0.1000 \text{ bar})} \end{aligned}$$

数値は数値、単位は単位で計算する。

$$\begin{aligned} M &= \frac{0.1771 \times 0.083145 \times 300}{0.1000} \\ &\quad \times \frac{\text{g dm}^{-3} \text{ dm}^3 \text{ bar K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \text{ K}}{\text{bar}} \\ M &= 44.17 \text{ g mol}^{-1} \end{aligned} \quad (3.7)$$

*3 $R = 8.314 472(15) \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

のように、括弧で数値がつくことがある。これは「最後の桁につく標準不確かさ」であり、

$R = 8.314 472 \pm 0.000 015 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ を意味する。

物理量を(数値×単位)のセットで扱い、単位についても四則演算を行うことで、正しい物理量が単位付きで得られる。(足し算の例: $10\text{ s}+12\text{ s}=22\text{ s}$)
 なお、 $\exp()$ や $\ln()$ の中は通常無次元になる。

(例: $RT \ln(\frac{V_2}{V_1})$, $\exp(\frac{h\nu}{k_B T})$ など)

3.2.2 単位換算

物理量の単位は SI 単位系で表すのが基本だが、別の単位系に(または別の単位系から)換算しなくてはならない場合がある。

例えば、前述のボルトの速さ v を、秒速 (m/s) から時速 (km/h) に換算することを考えよう。m と km、s と h の関係は

$$10^3\text{ m} = 1\text{ km}, \quad 3600\text{ s} = 1\text{ h} \quad (3.8)$$

である。変形して

$$1\text{ m} = 10^{-3}\text{ km}, \quad 1\text{ s} = \frac{1}{3600}\text{ h}$$

ここで単位記号の m や s を代数記号とみなし、式(3.5)に代入する。

$$\begin{aligned} v &= \frac{x}{t} = \frac{100}{9.63} \times \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ &= \frac{100}{9.63} (10^{-3}\text{ km}) \left(\frac{3600}{\text{h}} \right) \\ &= 37.4\text{ km/h} \end{aligned} \quad (3.9)$$

この方法により、計算式が複雑である場合にも確実に単位換算が行える。

Q3-1' 300 K、75.0 Torr において、密度が 0.1771 g dm^{-3} となる気体がある。この気体の分子質量 M を求めよ。

Torr(トル) は圧力の単位で^a

$$1\text{ Torr} = 133.322\text{ Pa} \quad (3.10)$$

他に覚えておくべき圧力の単位として bar(バール) と atm(標準大気圧) がある。

$$1\text{ bar} = 10^5\text{ Pa} \quad (3.11)$$

$$1\text{ atm} = 1.01325 \times 10^5\text{ Pa} \quad (3.12)$$

^a Torr はかつて圧力を測るのに用いられた水銀柱の高さに由来しており、 $1\text{ atm} = 760\text{ Torr}$ である。

A3-1' M を求めるための方程式、式(3.6)に

$$M = \rho \frac{RT}{P}$$

単位付き数値を代入する。(Torr のままでよい。)

$$\begin{aligned} M &= (0.1771\text{ g dm}^{-3}) \\ &\times \frac{(0.083145\text{ dm}^3\text{ bar K}^{-1}\text{ mol}^{-1})(300\text{ K})}{(75.0\text{ Torr})} \end{aligned}$$

この場合、Torr を bar に変換する必要がある。式(3.10)、(3.11) から

$$1\text{ Torr} = 133.322 \times 10^{-5}\text{ bar} \quad (3.13)$$

これを Torr のところに代入する*4。

$$\begin{aligned} M &= (0.1771\text{ g dm}^{-3}) \\ &\times \frac{(0.08314\text{ dm}^3\text{ bar K}^{-1}\text{ mol}^{-1})(300\text{ K})}{(75.0(133.3 \times 10^{-5}\text{ bar}))} \\ &= 44.2\text{ g mol}^{-1} \end{aligned} \quad (3.14)$$

単位は通常、すべて SI 単位系 (MKS 単位系。長さの単位: m、質量の単位: kg、時間の単位: s) に揃える。

3.2.3 物理量のもうひとつの表し方

式(3.2)において両辺を単位で割り、

$$\lambda/m = 5.896 \times 10^{-7} \quad (3.15)$$

または

$$\lambda/\text{nm} = 589.6 \quad (3.16)$$

のように表記する方法がある。この場合、右辺は(無次元の)単なる数値となる。この表記法は表に値を列挙する場合(下表参照)や、グラフの縦軸、横軸の表記によく使われる。

表 3.7 表の例

元素名	λ/nm
Na	589.6
Cd	643.8
Hg	579.0

*4 式(3.14)では、最も有効桁の少ない 75.0 Torr の有効数字が 3 桁なので、 M の有効数字も 3 桁。計算中の定数はそれより 1 桁多い有効数字 4 桁を取っています。

3.2.4 単位付きの方程式

各物理量を単位で割った形で方程式を書く方法がある。

$$(v/\text{ms}^{-1}) = \frac{(x/\text{m})}{(t/\text{s})} \quad (3.17)$$

この場合、 $(x/\text{m}) = 100$ 、 $(t/\text{s}) = 9.63$ と、右辺に無次元の数値を代入していく。

$$(v/\text{ms}^{-1}) = \frac{100}{9.63} = 10.4 \quad (3.18)$$

数値を計算すれば (v/ms^{-1}) として無次元の数値、10.4 が求まる。この方式は例えば次のような場合に使われる。

例 エタンのモル熱容量 \bar{C}_P の温度依存性*5

$$\begin{aligned} \bar{C}_P/R &= 0.06436 + (2.137 \times 10^{-2} \text{ K}^{-1})T \\ &\quad - (8.263 \times 10^{-6} \text{ K}^{-2})T^2 \\ &\quad + (1.024 \times 10^{-9} \text{ K}^{-3})T^3 \end{aligned}$$

方程式には物理量 R 、 T とともに温度の単位 K が含まれている。モル熱容量 \bar{C}_P は、1 mol の物質(エタン)を 1 K 温めるのに必要なエネルギーが何 J であるかという量で、単位は $\text{J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ である。左辺はガス定数 R (単位: $\text{J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$) で割られており、無次元になっている。右辺は温度依存性を表しているが、温度 T に K 単位の数値を代入すれば右辺も無次元になることがわかる。

このように、代入する物理量の単位を指定する必要がある場合に、単位の入った方程式が用いられる。

例題

Q3-2 $0.01 \mu\text{m}$ は何 nm か？

Q3-3 1 m^3 は何 cm^3 か？ また、 1 m^3 は何 L (リットル) か？

*5 依存性: 温度によってどう変わるか、の意。

参考文献 「IUPAC 物理化学で用いられる量・単位・記号」(講談社サイエンティフィク) この本は web 上で全文を閲覧できる (2012.10 現在)。
<http://www.nmij.jp/public/report/translation/IUPAC/>

Q3-4 時速 360 km を MKS 単位系に変換せよ。

Q3-5 1 dyn(ダイン) は 1 g の物体に 1 cm/s^2 の加速度を生じさせる力、1 erg(エルグ) は 1 dyn の力に逆らって 1 cm 移動させるのに必要なエネルギーである (CGS 単位系)。1 dyn は何 N、1 erg は何 J か？

Q3-6 30 W の白熱電球に 100 V の電圧を印加した。1 分間に発生する熱量は何 J か？

Q3-7 チョコレート菓子「ブラックサンダー」の成分表を見ると、エネルギーは 1 本あたり 115 kcal とある。仮にこのエネルギーを 1 L の水の温度上昇に使うと、何 °C 分の温度上昇に相当するか？
cal(カロリー) はエネルギーの単位で 1 cal = 4.18 J、水の比熱容量は $4.18 \text{ J K}^{-1} \text{ g}^{-1}$ である。

Q3-8 スポーツ自転車のチューブの耐圧 (耐久圧力) は psi 単位で書かれていることが多い。psi は pound-force per square inch の略で、ヤード・ポンド法での圧力の単位である。1 psi は何 Pa か？ また何 bar か？
1 ポンド (1 lb) は 453.6 g、1 インチ (1 in) は 25.4 mm、重力加速度を 9.8 m s^{-2} とする。

Q3-9 最新のパソコンのクロック周波数は 3 GHz 程度である。クロック周波数とは、計算機が計算のタイミングをとるための信号の周波数のことである。3 GHz の周期振動の周期 1 回分 (1 クロック) の間に、光が進む距離を求めよ。光速度は $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ とする。

解答

$$\text{A3-2 } 0.01 \times 10^{-6} \text{ m} = 10^{-8} \text{ m} = 10 \times 10^{-9} \text{ m} \\ = 10 \text{ nm}$$

$$\text{A3-3 } 1 \text{ m}^3 = 1 \times (10^2 \text{ cm})^3 = 10^6 \text{ cm}^3 \\ = 1\,000\,000 \text{ cm}^3 \\ 1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$$

$$\text{A3-4 } 360 \text{ km/h} = 360 (1000 \text{ m}) / (3600 \text{ s}) \\ = 100 \text{ m/s}$$

$$\text{A3-5 } 1 \text{ dyn} = 1 \text{ g cm s}^{-2} \\ = 1 \times (10^{-3} \text{ kg})(10^{-2} \text{ m}) \text{ s}^{-2} \\ = 10^{-5} \text{ N} \\ 1 \text{ erg} = 1 \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-2} \\ = 1 \times (10^{-3} \text{ kg})(10^{-2} \text{ m})^2 \text{ s}^{-2} \\ = 10^{-7} \text{ J}$$

$$\text{A3-6 } (30 \text{ W}) \times (60 \text{ s}) = (30 \text{ J s}^{-1})(60 \text{ s}) \\ = 1800 \text{ J} = 1.8 \text{ kJ}$$

※注 30 W の電球は、定格電圧 (100 V) を印加した時の消費電力が 30 W です。電圧が変わると消費電力も変わります。

A3-7

$$\Delta T = E/C_p \\ = \frac{(115 \times 10^3 \times 4.18 \text{ J})}{(1000 \text{ g})(4.18 \text{ J K}^{-1} \text{ g}^{-1})} = 115 \text{ K} \\ = 115 \text{ }^\circ\text{C}$$

※注 ここで求めるのは温度差なので、 $^\circ\text{C}$ も K も同じ値になります。

A3-8

$$P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} \\ = \frac{(1 \text{ lb})(9.8 \text{ m s}^{-2})}{(1 \text{ in}^2)} \\ = \frac{(453.6 \text{ g})(9.8 \text{ m s}^{-2})}{(25.4 \text{ mm})^2} \\ = \frac{(453.6 \times 10^{-3} \text{ kg})(9.8 \text{ m s}^{-2})}{(25.4 \times 10^{-3} \text{ m})^2} \\ = \frac{(453.6 \times 10^{-3})(9.8) \text{ kg m s}^{-2}}{(25.4 \times 10^{-3})^2 \text{ m}^2} \\ = 6900 \text{ Pa} \\ = 0.069 \text{ bar}$$

A3-9 1 周期分の時間 Δt は

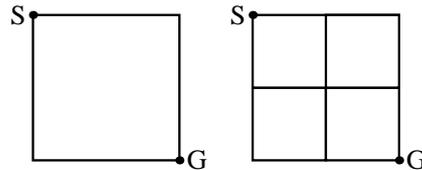
$$\Delta t = \frac{1}{3 \text{ GHz}} = \frac{1}{3 \times 10^9 \text{ s}^{-1}} \\ = \frac{1}{3} \times 10^{-9} \text{ s}$$

よってその間に光が進む距離 x は

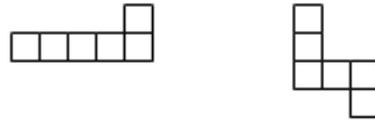
$$x = v_c \cdot \Delta t \\ = (3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}) \left(\frac{1}{3} \times 10^{-9} \text{ s} \right) \\ = 0.1 \text{ m} (= 10 \text{ cm})$$

組み合わせの数え方

Q3-10 下図左のパターンでは点 S から点 G まで 2 通りの通り方がある。下図右のパターンでは何通りになるか。遠回りをしてしても良いが、同じところ (交点も含む) を 2 度通ってはならない。



Q3-11 下の例のように 6 つの正方形の辺同士を接続した平面図形を考える。これらの図形のうち、線対称性を持つパターンが 10 個ある。全て示せ。ただし、回転・鏡像操作で同じになるものは同一と見なす。



(ちなみに 7 つの正方形をつなげた図形では、線対称性を持つパターンは 20 個です。可能ならこれも示してください。)